

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan KSCP
Sidang Akademik 1998/99

April 1999

ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TUJUH muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab mana-mana ENAM soalan dari LAPAN soalan yang diberikan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

Diberi:

Koordinat Silinderan

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{A} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ \nabla \times \mathbf{A} &= \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \hat{\rho} + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \hat{\phi} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\phi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right] \hat{z} \\ \nabla \Phi &= \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{z} \\ \nabla^2 \Phi &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}\end{aligned}$$

Koordinat Sfera

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{A} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \\ \nabla \times \mathbf{A} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{r} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] \hat{\theta} \\ &\quad + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi} \\ \nabla \Phi &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \hat{\phi} \\ \nabla^2 \Phi &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}\end{aligned}$$

Lain-lain

$$\bar{\mathbf{A}} \times \bar{\mathbf{B}} \times \bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{B}}(\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{C}}) - \bar{\mathbf{C}}(\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}})$$

...2/-

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}} = \frac{\pm x}{a^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

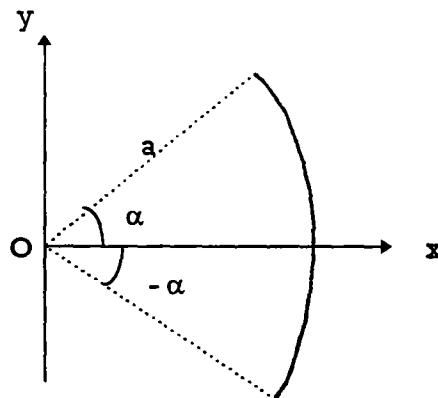
1. (a) Tuliskan ungkapan am bagi \vec{E} yang dihasilkan oleh: (i) satu garisan cas yang mempunyai ketumpatan cas $\lambda(\vec{r}')$, (ii) satu taburan permukaan cas yang mempunyai ketumpatan permukaan $\sigma(\vec{r}')$, dan (iii) satu taburan isipadu cas yang mempunyai ketumpatan isipadu $\rho(\vec{r}')$.

(30/100)

- (b) Satu lengkungan (sebahagian dari satu bulatan berjejari a) seperti yang ditunjukkan di rajah di bawah berada pada satah x - y dan mempunyai ketumpatan cas yang linear dan malar, λ . Pusat bagi lengkungan ini adalah pada titik asalan. Cari \vec{E} di mana-mana titik di paksi z .

Tunjukkan bahawa jika lengkungan tersebut menjadi satu bulatan lengkap, maka keamatan elektriknya adalah

$$\vec{E} = \frac{\lambda a z \hat{z}}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}}$$



(70/100)

2. (a) Satu sfera berjejari a mempunyai ketumpatan cas yang berfungsikan r (jarak dari pusat sfera) mengikut $\rho = Ar^{1/2}$ di mana A adalah malar. Cari \vec{E} di semua kawasan.

(40/100)

- (b) Bermula dari hukum Gauss, dapatkan ungkapan bagi hukum Gauss dalam bentuk pembezaan.

...3/-

Jika beza keupayaan elektrik adalah

$$V(r, \theta) = \frac{a \cos \theta}{r^2} + \frac{b}{r}$$

dapatkan \vec{E} yang berkaitan dan cari ketumpatan cas isipadu yang menghasilkan beza keupayaan elektrik yang diberikan di atas.

(60/100)

3. (a) Bermula dari hukum Gauss bagi dielektrik, terbitkan persamaan Poisson bagi bahan ini.

(30/100)

- (b) Dua kapasitor plat selari (jarak pemisahan, d) mengandungi bahan dielektrik di antara plat-platnya. Bahan dielektrik ini mempunyai pemalar dielektrik, $\epsilon_r = e^{\alpha x}$ (α adalah pemalar). Dengan menggunakan persamaan Poisson yang diterbitkan di atas, dapatkan \vec{E} di antara plat apabila plat-plat tersebut dicaskan supaya mempunyai beza keupayaan elektrik V_0 . Hitung ketumpatan cas permukaan yang berada di setiap plat.

(70/100)

4. (a) Buktikan bahawa komponen tegak lurus dan komponen mengufuk \vec{E} di sempadan antara dua jenis bahan dielektrik yang berlainan adalah

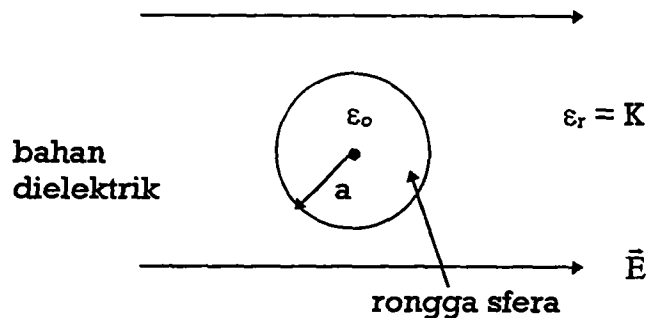
$$(\epsilon_1 \vec{E}_1 - \epsilon_2 \vec{E}_2) \cdot \hat{n} = \sigma$$

$$\vec{E}_1 \cdot \hat{t} - \vec{E}_2 \cdot \hat{t} = 0$$

di mana σ adalah ketumpatan cas permukaan di sempadan, \hat{n} dan \hat{t} adalah unit vektor tegak lurus dan mengufuk.

(40/100)

(b)



Medan elektrik \vec{E}_0 yang seragam telah dikenakan pada bahan dielektrik (pemalar dielektrik $\epsilon_r = K$). Di bahan tersebut terdapat satu rongga udara berbentuk sfera (jejari a).

Jika beza keupayaan elektrik di dalam rongga tersebut adalah

$$V_1(r, \theta) = A_1 r \cos \theta + \frac{C_1}{r^2} \cos \theta$$

dan beza keupayaan elektrik di bahan dielektrik adalah

$$V_2(r, \theta) = A_2 r \cos \theta + \frac{C_2}{r^2} \cos \theta$$

di dapati semua syarat-syarat sempadan dapat dipatuhi.

- (i) Nyatakan semua syarat-syarat sempadan yang diperlukan untuk masalah ini.
- (ii) Tentukan nilai-nilai pemalar A_1 , C_1 , A_2 dan C_2 .
- (iii) Dapatkan \vec{E} di dalam rongga.

(60/100)

5. (a) Pertimbangkan satu bahantara yang mempunyai ketumpatan cas bebas ρ_f , pemalar kekonduksian σ , ketelusan dielektrik ϵ , dan ketelusan magnet μ . Tuliskan persamaan-persamaan Maxwell bagi perambatan gelombang di dalam bahantara tersebut. Kemudian terbitkan persamaan gelombang bagi \vec{E} dan \vec{B} .

n

(50/100)

...5/-

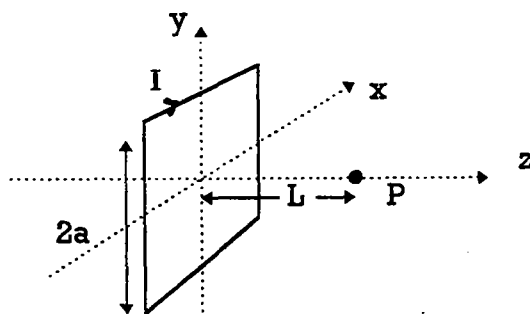
(b) \vec{E} bagi satu gelombang elektromagnet adalah

$$\vec{E} = \frac{E_0 \sin \theta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \hat{\theta}$$

di mana E_0 , ω dan $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ adalah pemalar-pemalar. Dapatkan \vec{B} dan hitungkan vektor poynting bagi gelombang tersebut.

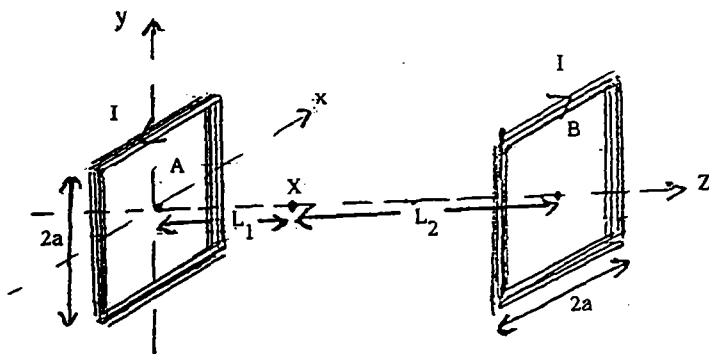
(50/100)

6. (a) Satu gelung dawai berbentuk segi empat sama dengan lebar sisi $2a$ membawa arus I seperti ditunjukkan di rajah bawah. Gelung tersebut berada pada satah x - y dan paksi z melalui pusat gelung. Dengan menggunakan hukum Biot-Savart, hitung \vec{B} di titik P (satu titik di paksi z) yang berada pada jarak L dari pusat.



(50/100)

- (b) Perhatikan konfigurasi sistem gelung yang berbentuk segi empat sama dengan saiz sisi $2a$. Gelung A mengandungi N_1 lilitan dan gelung B N_2 lilitan, dengan setiap gelung membawa arus I pada arah yang ditunjukkan. Hitung \vec{B} di titik X (titik dipaksi z) yang terletak pada jarak L_1 dari pusat gelung A dan pada jarak L_2 dari pusat gelung B. (Panduan: anda boleh gunakan keputusan (a) diatas).



(50/100)

...6/-

7. (a) Jika aruhan elektromotans bagi suatu litar adalah

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \Phi_B$$

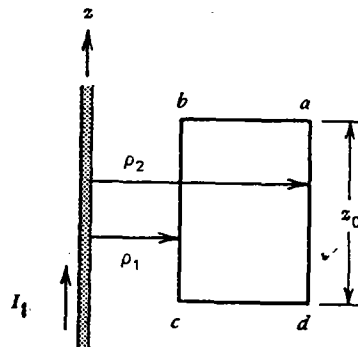
di mana Φ_B adalah fluks magnet yang melalui/menembusi permukaan litar. Tunjukkan bahawa ε juga mematuhi persamaan berikut

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{\ell}$$

\vec{A} adalah vektor keupayaan magnet.

(40/100)

- (b) Diberi dua litar (lihat rajah di bawah) yang terdiri dari satu dawai pembawa arus I_1 yang tersangat panjang dan satu gelung berbentuk segi empat yang berada pada satah yang sama dengan dawai tadi.



- (i) Hitung \vec{B} yang dihasilkan oleh dawai pada jarak ρ dari dawai.
- (ii) Hitung \vec{A} di antara ρ_1 dan ρ_2 .
- (iii) Jika I_1 berfungisikan masa mengikut

$$I_1(t) = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

hitung elektromotans, ε , yang teraruh pada gelung segi empat tersebut.

(60/100)

8. (a) Tuliskan hukum litar Ampere dan kemudian terbitkan hukum ini dalam bentuk pembezaan.

(30/100)

...7/-

- (b) Suatu medan \vec{B} di dalam koordinat silinder adalah seperti berikut:
 $\vec{B} = 0$ bagi $0 < \rho < a$, $\vec{B} = (\mu_0 I / 2\pi\rho)(\rho^2 - a^2)/(b^2 - a^2)\hat{\phi}$ bagi $a < \rho < b$, dan
 $\vec{B} = (\mu_0 I / 2\pi\rho)\hat{\phi}$ bagi $b < \rho$. Cari ketumpatan arus bebas \vec{J} di semua kawasan. Terangkan bagaimana anda boleh menghasilkan \vec{B} yang diberikan.

(70/100)

- oooOooo -